

Lineare Algebra I Übung 3

Aufgabe 1:

Es sei X eine Menge. Für $A, B \in \text{Pot}(X)$ definieren wir die folgenden Verknüpfungen:

$$A + B := (A \setminus B) \cup (B \setminus A) ,$$

$$A \cdot B := A \cap B .$$

Untersuchen Sie, welche algebraische Struktur (Monoid, Gruppe, Ring, Körper, kommutativ, ...) $\text{Pot}(X)$ dadurch erhält.

Aufgabe 2:

Geben Sie die Verknüpfungstabellen von $+$ und \cdot eines Körpers mit 4 Elementen a, b, c, d an und begründen Sie Ihre Antwort ausführlich.

Aufgabe 3:

Sei R ein Ring. Zeigen Sie für $a, b, c \in R$ die folgenden Rechenregeln:

a) $a \cdot 0 = 0 = 0 \cdot a$

b) Das Einselement 1 ist eindeutig festgelegt. Es gilt $1 = 0$ genau dann, wenn $R = \{0\}$.

c) $-a = (-1)a$

d) $a(b - c) = ab - ac$ und $(b - c)a = ba - ca$

Aufgabe 4:

Zeigen Sie, dass die Multiplikation von Polynomen assoziativ ist.