Prof. Dr. W. Gubler
Ch. Christensen

Universität Regensburg - WS2011/12
Abgabe in den Übungen der 4. Woche

Lineare Algebra I
Übung 12

Aufgabe 1:
Bestimmen Sie die komplexen Eigenwerte und Eigenräume der 3×3-Matrizen

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad A_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Welche der Matrixen A_i (für $i = 1, 2, 3$) ist diagonalisierbar? Wenn ja, geben Sie eine reguläre Matrix G und eine Diagonalmatrix D an, so, dass $D = G^{-1} A_i G$ gilt.

Aufgabe 2:
Wir betrachten das Transponieren einer $n \times n$-Matrix als lineare Selbstabbildung Φ von $\mathrm{M}(n \times n, \mathbb{R})$, das heißt Φ ist gegeben durch

$$\begin{aligned} \Phi : \mathrm{M}(n \times n, \mathbb{R}) &\to \mathrm{M}(n \times n, \mathbb{R}) \\ A &\mapsto \Phi(A) := A^t \end{aligned}$$

Bestimmen Sie die Eigenwerte von Φ und geben Sie eine Basis von $\mathrm{M}(n \times n, \mathbb{R})$ aus Eigenvektoren an (falls das möglich ist).

Aufgabe 3:
Für welche $a \in \mathbb{R}$ ist die Matrix

$$\begin{pmatrix} -2 & a & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

nicht diagonalisierbar über den reellen Zahlen?

Aufgabe 4:
Für welche $a \in \mathbb{C}$ ist die Matrix

$$\begin{pmatrix} -2 & a & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

diagonalisierbar über den komplexen Zahlen? Geben Sie für diese a auch eine Basis aus Eigenvektoren an.