Prof. Dr. W. Gubler
Ch. Christensen

Universität Regensburg - WS2011/12
Abgabe in den Übungen der 3. Woche

Lineare Algebra I
Übung 11

Aufgabe 1:
Berechnen Sie die Determinante der $n \times n$-Matrix A, die gegeben ist durch

$$a_{ik} = \begin{cases} 2 & \text{, falls } i = k \\ -1 & \text{, falls } |i-k| = 1 \\ 0 & \text{, sonst} \end{cases} .$$

Aufgabe 2: Berechnen Sie die adjungierte Matrix und die Inverse der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 3:
Berechnen Sie den Lösungsraum des inhomogenen linearen Gleichungssystems

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

mit Hilfe der Cramerschen Regel.

Aufgabe 4:
Sei $p(x) \in \mathbb{R}[x]$ und seien $\alpha_1, \ldots, \alpha_r$ die verschiedenen reellen Nullstellen von $p(x)$ mit Multiplizitäten $m_1, \ldots, m_r$.
Zeigen Sie, dass es paarweise verschiedene Polynome $q_1(x), \ldots, q_s(x) \in \mathbb{R}[x]$ vom Grad 2 ohne reelle Nullstellen und $n_1, \ldots, n_s \in \mathbb{N}$ gibt mit

$$p(x) = (x-\alpha_1)^{m_1} \cdots (x-\alpha_r)^{m_r} \cdot q_1(x)^{n_1} \cdots q_s(x)^{n_s} .$$