

## Lineare Algebra I Übung 1

### Aufgabe 1:

Zeigen Sie durch Vergleich der Wahrheitstabeln, dass die Aussagen  $A \implies B$  und  $(\neg A) \vee B$  äquivalent sind. Formulieren Sie eine äquivalente Aussage zu  $A \iff B$  mit Hilfe von  $A, B, \neg, \wedge, \vee$ .

### Aufgabe 2:

Welche der folgenden Aussagen sind wahr für natürliche Zahlen:

- a)  $d|a \implies d|ab$
- b)  $b|a \implies a|b$
- c)  $(a|b \wedge b|c) \implies a|c$
- d)  $(d|a \wedge d|b) \implies d|(a+b)$

Geben Sie dabei entweder einen Beweis oder ein Gegenbeispiel.

### Aufgabe 3:

Sei  $X$  eine endliche Menge und  $n = |X|$ . Finden Sie eine Formel für die Anzahl der Elemente der Potenzmenge

$$\text{Pot}(X) := \{Y | Y \subseteq X\}$$

und beweisen Sie diese.

Tipp: Beweis mit vollständiger Induktion möglich.

### Aufgabe 4:

Es sei  $\sim$  eine Äquivalenzrelation auf  $X$ . Zeigen Sie, dass für  $x, y \in X$  die folgenden Aussagen äquivalent sind:

- a)  $x \sim y$
- b)  $[x] = [y]$
- c)  $[x] \cap [y] \neq \emptyset$

Begründen Sie, dass  $X$  die disjunkte Vereinigung der Äquivalenzklassen zu  $\sim$  ist.